

## **CÁLCULO DO TEMPO DE ESTERILIZAÇÃO POR PROCESSO DESCONTÍNUO APLICANDO CÁLCULO NUMÉRICO**

Eduarda Leite Correia<sup>1</sup> (eduarda.ifsp@gmail.com)

João Vitor Costa Veiga<sup>1</sup>

José Matheus Lopes de Medeiros<sup>1</sup>

Lanna Matos dos Santos<sup>1</sup>

Luiz Felipe Castro Neto<sup>1</sup>

Maria Isabela Alves Antunes<sup>1</sup>

Matheus Dutra de Souza<sup>1</sup>

Rayane Priscila Leal Leite<sup>1</sup>

Luciene de Fátima Rodrigues de Souza<sup>2</sup>

Marcela Pavan Bagagli<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Discente do curso de Engenharia de Biosistemas – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – Campus Avaré

<sup>2</sup>Docente – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – Campus Avaré

### **1. INTRODUÇÃO**

O cálculo numérico é uma ferramenta fundamental na engenharia, sendo amplamente utilizado para resolver problemas complexos que não possuem soluções analíticas simples. A aplicação de métodos numéricos permite aos engenheiros modelar, analisar e simular sistemas reais de forma eficiente e precisa (Franco, 2006). Em particular, na engenharia de processos, técnicas de cálculo numérico são essenciais para a otimização de operações, controle de processos e avaliação de parâmetros críticos (Ruggiero e Lopes, 1996).

Um exemplo específico da aplicação do cálculo numérico na engenharia é o cálculo do tempo de esterilização em processos descontínuos. A esterilização é uma etapa crucial na produção de diversos produtos, especialmente na indústria alimentícia e farmacêutica, onde a eliminação de micro-organismos é vital para garantir a segurança e a qualidade dos produtos finais. Métodos de integração numérica, como o método de 1/3 de Simpson e a regra do trapézio, são frequentemente utilizados para estimar o tempo necessário de esterilização, considerando a variação da temperatura com o tempo e outras condições de processo (Schmidell et al., 2001).

Este artigo tem como objetivo apresentar uma análise detalhada do cálculo do tempo de esterilização em processos descontínuos, utilizando métodos de integração numérica. Serão

comparados os resultados obtidos pelos métodos de 1/3 de Simpson e do trapézio, avaliando a precisão e a eficácia de cada um na estimativa do tempo de esterilização.

## **2. METODOLOGIA**

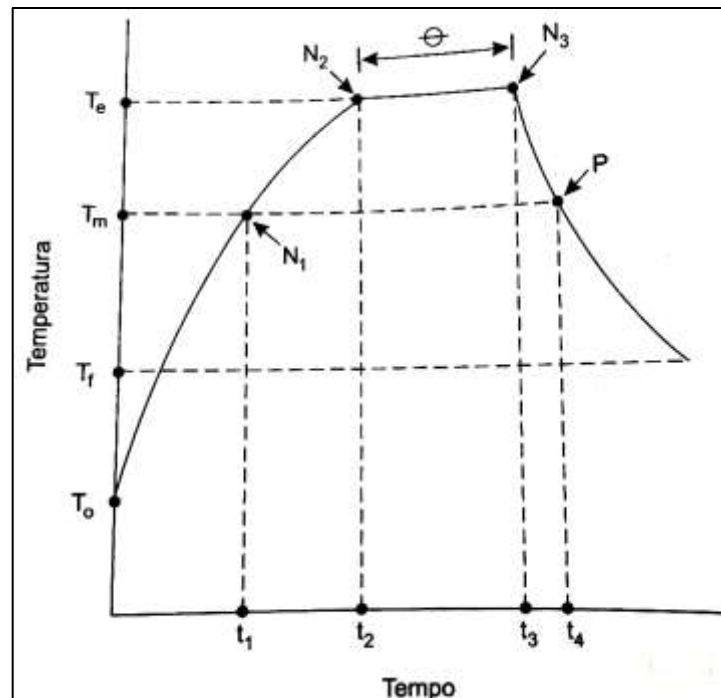
### **2.1.1 Esterilização descontínua**

A esterilização descontínua é um processo de esterilização de redução de carga microbiana por pressão e temperatura. O aquecimento poderá ser pela circulação de meio aquecedor como vapor ou pela injeção direta de vapor no meio. A esterilização dos meios de fermentação pelo processo descontínuo há esterilização do meio fermentado com a injeção de vapor (vapor direto) em um meio diluído, ou circulação de vapor na serpentina com contínua agitação do meio.

### **2.1.2 Cálculo do tempo de esterilização por processo descontínuo**

Afim de se determinar a precisão dos métodos 1/3 de Simpson e do trapézio, um exemplo numérico proposto pelo livro “Biotecnologia Industrial: Volume 2 Engenharia Bioquímica” foi utilizado como referência. Supondo que na esterilização descontínua de um dado volume de meio, a curva da Figura 1 representa a variação da temperatura do meio com o tempo.

**Figura 1. Variação de temperatura do meio com o tempo, durante sua esterilização por processo descontínuo.**



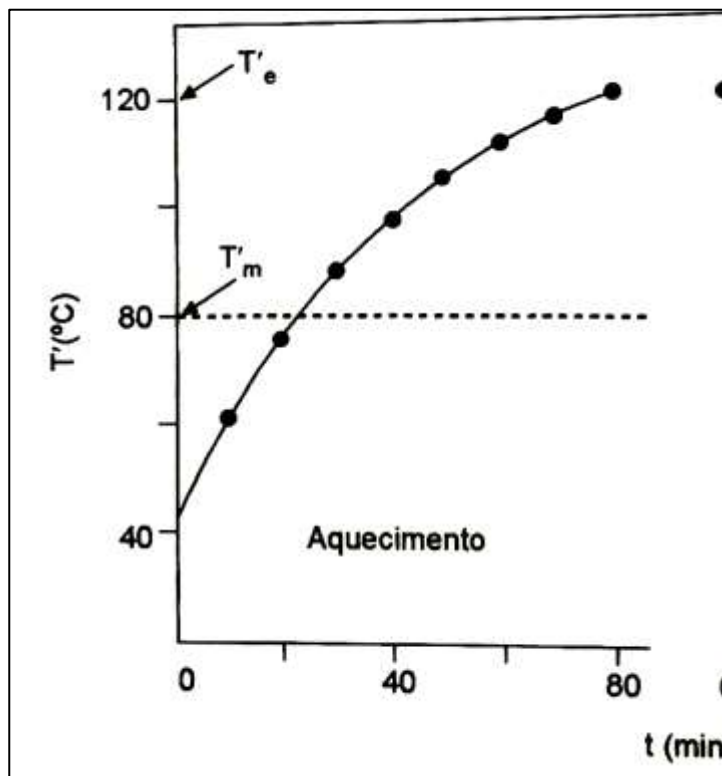
*Fonte: Schmidell et al., 2001.*

Na Figura 1,  $N_2$  e  $N_3$  são, respectivamente, os números de microrganismos vivos no fim da fase de aquecimento e no início da fase de resfriamento. Tanto no aquecimento como no resfriamento, o valor de  $k$  varia como consequência da variação da temperatura.

Abaixo são apresentados os dados relevantes do exemplo numérico proposto, para a aplicação dos métodos de integração numérica.

- a) volume do mosto =  $100 \text{ m}^3$ ;
- b) concentração de microrganismos vivos no mosto =  $7,2 \times 10^9$  células/litro;
- c) temperatura de esterilização =  $120^\circ\text{C}$ ;
- d) temperatura mínima letal =  $80^\circ\text{C}$ ;
- e) probabilidade de falha =  $0,001$  (0,1%).

**Figura 2. Curva de aquecimento do meio.**



Fonte: adaptado pelos autores, 2024.

A partir das curvas da Figura 2 e da equação que relaciona  $k$  com a temperatura  $T'$  (Equação 1), a Tabela 1 foi construída, apresentando os valores de  $k$  durante o aquecimento do meio em função do tempo ( $t$ ), por meio do processo de esterilização descontínua. Por meio da Tabela 1 é possível representar graficamente a variação de  $k$  com o tempo (Figura 3).

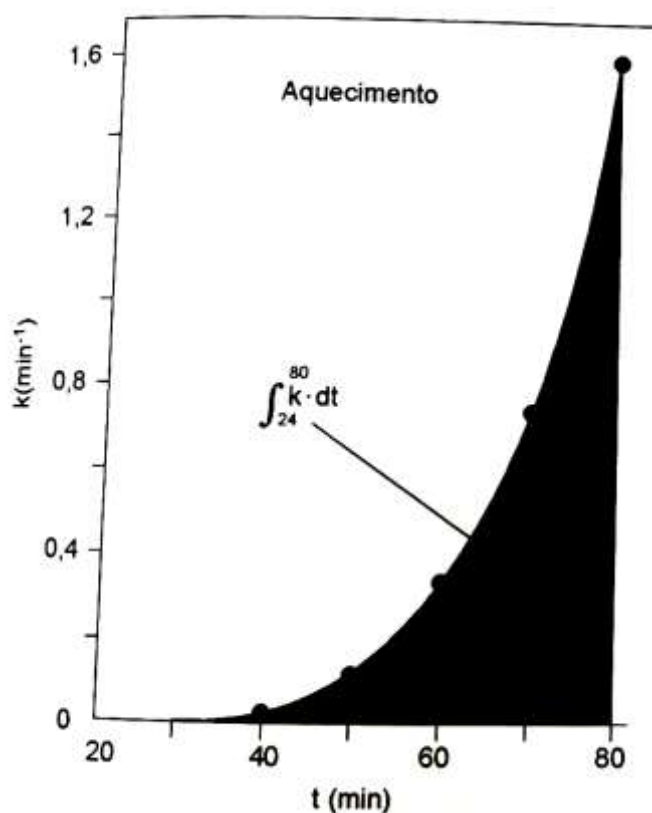
$$k = 6,04 \cdot 10^{-11} \cdot e^{0,200 \cdot T'} \quad (\text{equação de Bigelow}) \quad (1)$$

**Tabela 1. Valores de  $k$  durante o aquecimento do meio**

	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$k(\text{min}^{-1})$	20	30	40	50	60	70	80
$t(\text{min})$	0,0002	0,0022	0,016	0,08	0,32	0,72	1,6

Fonte: adaptado pelos autores, 2024.

Figura 3. Curva de aquecimento do meio.



Fonte: adaptado pelos autores, 2024.

Os dados obtidos através desse exemplo numérico resultam em uma curva. Se fez necessário o uso de uma técnica de integração para se determinar a área a baixo da curva. O autor do livro referência fez o uso da Equação 2 para solucionar o problema.

$$\int_{24}^{80} k \cdot dt \cong 19,40 \quad (2)$$

Através do uso dessa equação o autor obteve o resultado da integração da função  $k$  sendo igual a 19,40. Observa-se que apesar da Tabela 1 mostrar o primeiro tempo  $t=20$ , o autor apresenta a integral partindo de  $t=24$

## 2.1 MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Afim de se verificar a precisão dos métodos de integração numérica, os métodos de 1/3 de Simpson e do trapézio foram aplicados, na intenção de se obter o resultado da integração da função  $k(t)$ .

### 2.2.1 Método 1/3 de Simpson

A Regra de 1/3 de Simpson é um método numérico crucial na integração numérica, utilizado para estimar o valor de integrais definidas. Este método é uma extensão da regra do trapézio, porém utiliza parábolas para melhorar a precisão da estimativa. A ideia por trás dessa regra é aproximar a função integrada por segmentos de parábolas em vez de segmentos de reta. Isso é possível dividindo o intervalo de integração em subintervalos pares (de tamanho uniforme) e aplicando a fórmula adequada para cada subintervalo. Simpson, via de regra, fornece resultados mais precisos do que Trapézios (Peters; Szeremeta, 2018).

A regra 1/3 de Simpson para a integral de funções é dada por:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + f(x_n) + 2(f(x_2) + f(x_4) + \dots) + 4(f(x_1) + f(x_3) + \dots)]$$

### 2.2.2 Método do trapézio

O método do trapézio é uma técnica de integração numérica utilizada para estimar o valor de integrais definidas. Este método aproxima a área sob a curva da função integrando a função por segmentos de reta, ou trapézios, em vez de segmentos de parábolas como no método de 1/3 de Simpson. A fórmula básica do método do trapézio é relativamente simples e fácil de implementar, sendo dada pela soma das áreas dos trapézios formados pela subdivisão do intervalo de integração. Embora seja menos preciso que métodos mais avançados, como o de 1/3 de Simpson, o método do trapézio é eficaz e amplamente utilizado em cálculos que envolvem funções relativamente simples ou quando uma estimativa rápida é necessária (Arenales e Darezzo, 2015; Franco, 2006).

A regra do trapézio é dada por:

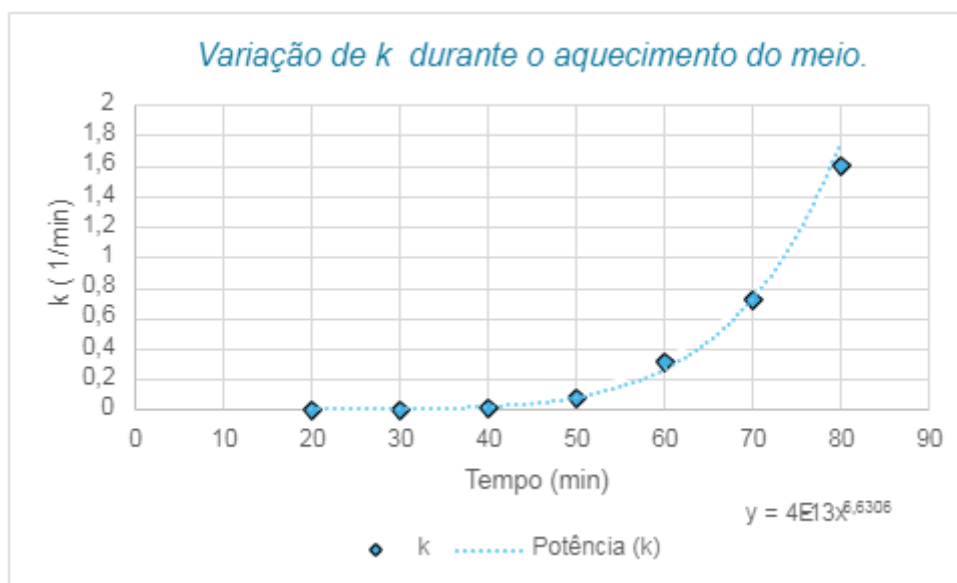
$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[ f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right]$$

## 2.3 APLICAÇÕES

## 2.3.1 Método de 1/3 Simpson

Aplicando o método de 1/3 de Simpson nos dados obtidos a partir do problema apresentado. Explanando os dados da tabela acima obtivemos o seguinte gráfico de pontos, com a curva de dispersão exponencial com a seguinte função.

**Figura 2. Variação de k durante o aquecimento do meio.**



*Fonte:* elaborado pelos autores (2024).

Calculando a integral usando a regra de 1/3 de Simpson aos dados apresentados na tabela, temos:

$$\begin{aligned} \int_{20}^{80} f(x) dx &= \frac{10}{3} \cdot [0,0002 + 1,6 + 2(0,016 + 0,32) + 4(0,0022 + 0,08 + 0,72)] \\ &= \frac{10}{3} \cdot [1,6002 + 0,672 + 3,2088] \\ &= 18,27 \end{aligned}$$

O valor apresentado na literatura foi de 18,27. Portanto o método de 1/3 de Simpson forneceu um resultado satisfatório e o erro absoluto foi de 1,13.

### 2.3.2 Método do trapézio

O método do trapézio foi aplicado para os mesmos dados do tempo de esterilização por processo descontínuo, portanto temos:

$$\begin{aligned}\int_{20}^{80} f(x) dx &= \frac{10}{2} \cdot [0,0002 + 1,6 + 2(0,0022 + 0,016 + 0,080 + 0,32 + 0,72)] \\ &= 5 \cdot (1,6002 + 2(1,1382)) \\ &= 5 \cdot (1,6002 + 2,2769) \\ &= 5 \cdot 3,8766 \\ &= 19,383\end{aligned}$$

O valor apresentado na literatura foi de 19,383. Portanto o método de 1/3 de Simpson forneceu um resultado satisfatório e o erro absoluto foi de 0,017.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aplicação dos métodos de 1/3 de Simpson e do trapézio nos dados obtidos a partir do estudo de caso apresentou resultados significativos. Os dados utilizados foram baseados na variação da temperatura do meio com o tempo durante a esterilização descontínua.

Utilizando o método de 1/3 de Simpson, foi possível calcular a integral que representa o tempo de esterilização, obtendo um valor relativamente próximo ao esperado conforme a literatura (19,40), com um erro absoluto de 1,13.

Diferentemente do esperado com relação a literatura em que o método de 1/3 de Simpson, via de regra, fornece resultados mais precisos do que o método do Trapézio (Peters; Szeremeta, 2018), o método do Trapézio, além de mais simples de ser utilizado, apresentou uma diferença significativamente menor em relação ao valor de referência (98,5% menor). Acredita-se que isso ocorreu devido ao gráfico da função  $k(t)$  ser exponencial. Uma vez que os intervalos entre cada  $f(x)$  são relativamente grandes e aproximadamente lineares a cada 2, acredita-se ser este o motivo de o método do Trapézio ter sido mais eficaz.



## 4. CONCLUSÃO

O estudo comparativo dos métodos de  $1/3$  de Simpson e do Trapézio para o cálculo do tempo de esterilização por processo descontínuo mostrou que ambos os métodos são válidos, mas o método do trapézio se destacou pela maior precisão, embora o método de  $1/3$  de Simpson ser conhecido por ser mais preciso. Os resultados obtidos reforçam a importância do cálculo numérico na engenharia de processos e demonstram como a escolha do método adequado pode influenciar significativamente a precisão dos resultados.

## REFERÊNCIAS

ARENALES, S.; DAREZZO, A. **Cálculo Numérico: Aprendizagem com Apoio de Software**. São Paulo: Cengage, 2015. 471 p.

FRANCO, N. B. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. 505 p.

PETERS, S.; SZEREMETA, J. F. **Cálculo numérico computacional**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2018. 527 p.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2. ed. São Paulo: Pearson, 1996. 406 p.

SCHMIDELL, W.; LIMA, U. A.; AQUARONE, E.; BORZANI, W. **Biotecnologia Industrial: Volume 2 Engenharia Bioquímica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2001. 541 p.